

Vectores y rectas en el plano

(Libro de ejercicios)
Miguel Ángel Cabezón Ochoa

iCartesiLibri

Vectores y rectas en el plano
(Libro de ejercicios)

Miguel Angel Cabezón Ochoa
Red Educativa Digital Descartes

Fondo Editorial RED Descartes



Córdoba (España)
2022

VECTORES Y RECTAS EN EL PLANO (Libro de ejercicios)

Autor: MIGUEL ANGEL CABEZÓN OCHOA

Diseño del libro: Juan Guillermo Rivera Berrío

Código JavaScript para el libro: [Joel Espinosa Longi](#), [IMATE](#), UNAM.

Recursos interactivos: [DescartesJS](#)

Fuentes: [Lato](#) y [UbuntuMono](#)

Fórmulas matemáticas: [K^AT_EX](#)

Núcleo del libro interactivo: septiembre 2023

Red Educativa Digital Descartes

Córdoba (España)

descartes@proyectodescartes.org

<https://proyectodescartes.org>

Proyecto iCartesiLibri

<https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/index.htm>

<https://prometeo.matem.unam.mx/recursos/VariosNiveles/iCartesiLibri/>

ISBN: [978-84-18834-26-4](#)



Esta obra está bajo una licencia [Creative Commons 4.0 internacional: Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Tabla de contenido

Prefacio	5
1. Vectores	7
1.1 Definición. Elementos de un vector	9
1.2 Coordenadas de un vector	10
1.3 Módulo de un vector	12
1.4 Vectores paralelos	14
1.5 Vectores perpendiculares	16
2. Operaciones con vectores	19
2.1 Suma de vectores	21
2.2 Resta de vectores	23
2.3 Multiplicación de un número por un vector	25
3. Ecuaciones de la recta	29
3.1 Ecuación vectorial	31
3.2 Ecuación paramétrica	34
3.3 Ecuación continua	36
3.4 Ecuación punto pendiente	38
3.5 Ecuación explícita	40
3.6 Ecuación general	42
3.7 Ecuación de las rectas paralelas a los ejes	44
4. Posición relativa de dos rectas en el plano	47
4.1 Clasificación	49
4.2 Clasificación según el vector director	50
4.3 Clasificación según la pendiente	52
4.4 Clasificación según la ecuación general	54

Prefacio

Este libro de ejercicios nace dentro del curso de "Edición de libros interactivos" de RED Descartes. Son escenas de Descartes colocadas en este modelo de libro.

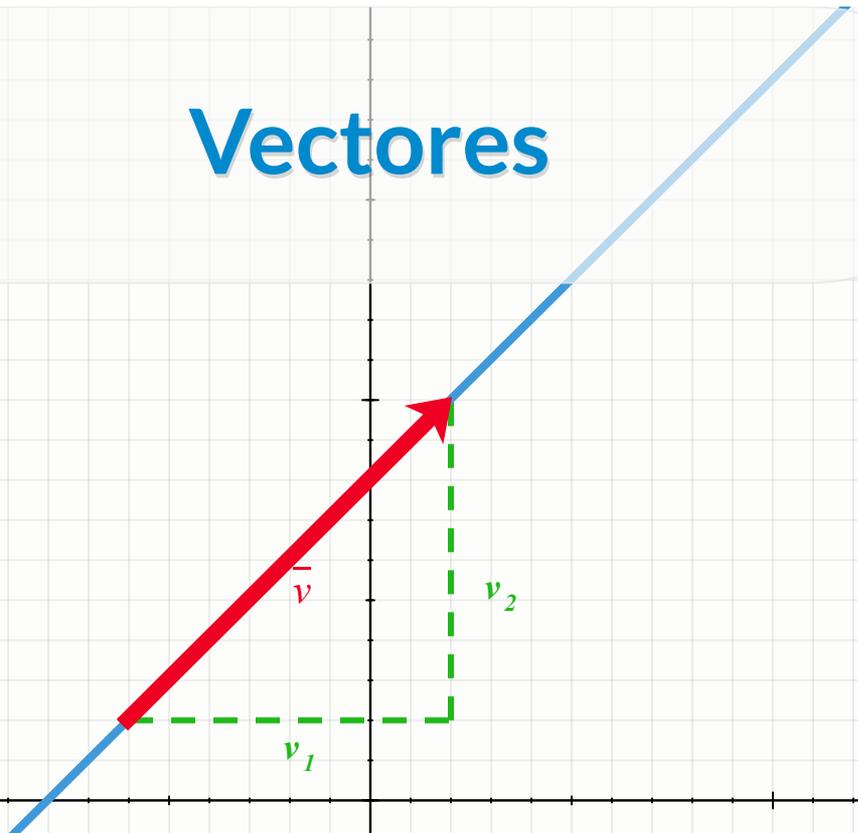
El tema vectores y rectas es el inicio de los alumnos en la geometría analítica. Se verán los vectores de forma intuitiva, obteniendo la base para poder estudiarlos más profundamente en cursos venideros. Se verán las distintas formas de la recta y el paso de una a otra.

Aprenderás:

- A reconocer y calcular los elementos y coordenadas de un vector.
- A realizar operaciones con vectores de forma gráfica y analítica
- A reconocer y calcular las distintas expresiones de la ecuación de una recta
- A calcular rectas paralelas y perpendiculares a una dada
- A reconocer si dos rectas son secantes, paralelas o coincidentes

Capítulo I

Vectores

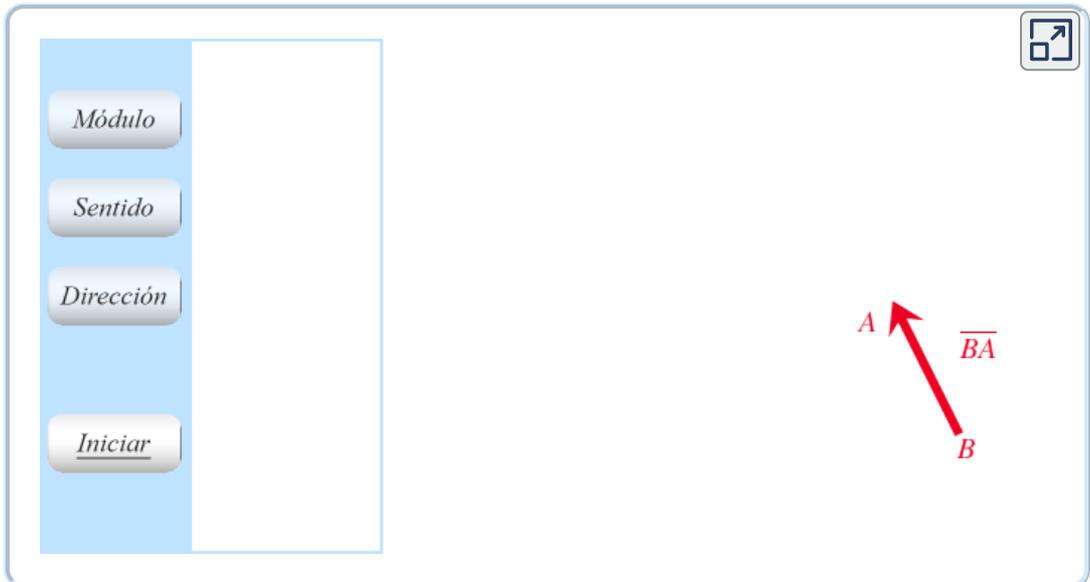


1.1 Definición. Elementos de un vector

Un **vector** es un segmento orientado determinado por dos puntos A y B y el orden de estos. El primero de los puntos se llama origen y el segundo extremo, se escribe \overrightarrow{AB} .

- **Módulo:** es la longitud del segmento
- **Dirección:** es la recta que contiene al vector ó cualquiera de sus paralelas
- **Sentido:** la orientación del segmento, del origen al extremo.

Pulsa los botones de la siguiente escena para ver los elementos anteriores



The diagram shows an interactive interface. On the left, there is a vertical blue bar containing four buttons: 'Módulo', 'Sentido', 'Dirección', and 'Iniciar'. To the right of this bar is a large white rectangular area. In the top right corner of this area, there is a small icon of a square with an arrow pointing outwards. In the bottom right corner of the white area, there is a red vector labeled \overrightarrow{BA} . The vector starts at point B and ends at point A .

1.2 Coordenadas de un vector

Las coordenadas de un vector \overrightarrow{AB} : son las coordenadas del extremo $B(b_1, b_2)$ menos las coordenadas del origen $A(a_1, a_2)$.

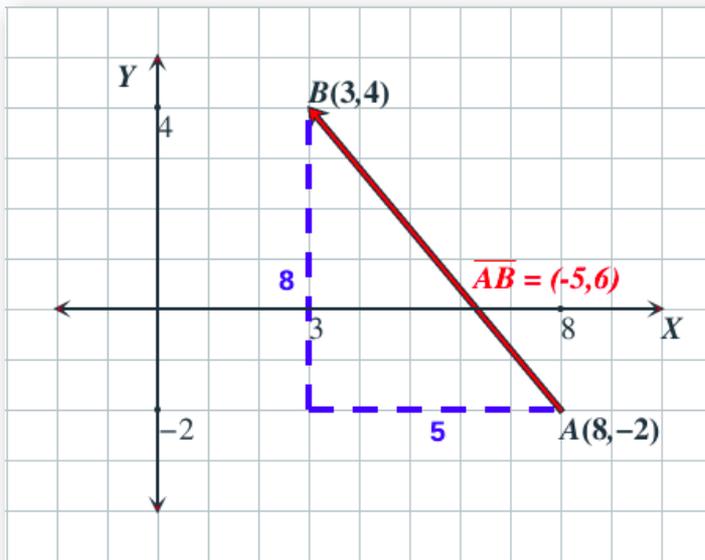
$$\overrightarrow{AB} = (b_1, b_2) - (a_1, a_2) = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$



Ejemplo

1. Halla las coordenadas del vector \overrightarrow{AB} , cuyo origen es $A(8, -2)$ y cuyo extremo es $B(3, 4)$

$$\overrightarrow{AB} = (3, 4) - (8, -2) = (-5, 6)$$





Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón [Solución](#) para ver la solución y el botón [Ejercicio](#) para generar uno nuevo.

Coordenadas de un vector - 4º Eso

Matemáticas



*Las coordenadas del vector \overline{AB} son $(-5, -19)$ y las de B son $(-5, -17)$.
Halla las coordenadas del punto A*

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

1.3 Módulo de un vector

El **módulo** de un vector es la **distancia** entre los puntos **A** y **B**.
Si las coordenadas de un vector \vec{v} son (v_1, v_2) , entonces el módulo de \vec{v} es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Ejemplo

1. Halla el módulo del vector $\vec{v} = (8, 6)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(8)^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

2. Halla el módulo del vector \overrightarrow{AB} , cuyo origen es $A(7, 4)$ y cuyo extremo es $B(-5, 9)$

Primero buscamos las coordenadas del vector \overrightarrow{AB} :

$$\overrightarrow{AB} = (-5, 9) - (7, 4) = (-12, 5)$$

El módulo del vector \overrightarrow{AB} es:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Módulo de un vector - 4º Eso

Matemáticas



Dados los puntos $A(-12, -19)$ y $B(-12, 79)$, halla el módulo del vector \overline{AB}

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

1.4 Vectores paralelos

Los vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son **paralelos** (tienen la misma direcci3n), cuando sus coordenadas son proporcionales

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2}$$



Ejemplo

1. Los vectores $\vec{u} = (6, 14)$ y $\vec{v} = (3, 7)$ ¿son paralelos?

$$\text{Si} \rightarrow \frac{6}{3} = \frac{14}{7}$$

2. Los vectores $\vec{u} = (6, 14)$ y $\vec{v} = (2, 7)$ ¿son paralelos?

$$\text{No} \rightarrow \frac{6}{2} \neq \frac{14}{7}$$

3. Encuentra un vector paralelo al vector $\vec{u} = (3, 4)$ cuyo m3dulo sea 15

Un vector paralelo a \vec{u} es $\vec{v} = k \cdot \vec{u} = (3k, 4k)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{9k^2 + 16k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k = 15 \rightarrow k = 3$$

$\vec{v} = 3 \cdot (3, 4) = (9, 12)$. Para $k=-3$ se obtiene otro vector paralelo a $\vec{u} \rightarrow \vec{v} = -3 \cdot (3, 4) = (-9, -12)$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Vectores Paralelos - 4º Eso

Matemáticas



Halla el valor de x para que los vectores $\vec{u} = (-1, x)$ y $\vec{v} = (8, 64)$ sean paralelos

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

1.5 Vectores perpendiculares

Los vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son **perpendiculares** (sus direcciones se cortan formando ángulo recto), cuando sus coordenadas cumplen: $u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$



Ejemplo

1. Los vectores $\vec{u} = (6, 4)$ y $\vec{v} = (-2, 3)$ ¿son perpendiculares?

$$\text{Si} \rightarrow 6 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 = 0$$

2. Los vectores $\vec{u} = (6, 4)$ y $\vec{v} = (2, 1)$ ¿son perpendiculares?

$$\text{No} \rightarrow 6 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 12 + 4 = 16 \neq 0$$

3. Encuentra un vector perpendicular al vector $\vec{u} = (3, 4)$ cuyo módulo sea 15

Un vector perpendicular a \vec{u} es $\vec{v} = (-4k, 3k)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{16k^2 + 9k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k = 15 \rightarrow k = 3$$

$\vec{v} = 3 \cdot (-4, 3) = (-12, 9)$. Para $k=-3$ se obtiene otro vector paralelo a $\vec{u} \rightarrow \vec{v} = -3 \cdot (-4, 3) = (12, -9)$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Vectores Perpendiculares - 4º Eso

Matemáticas



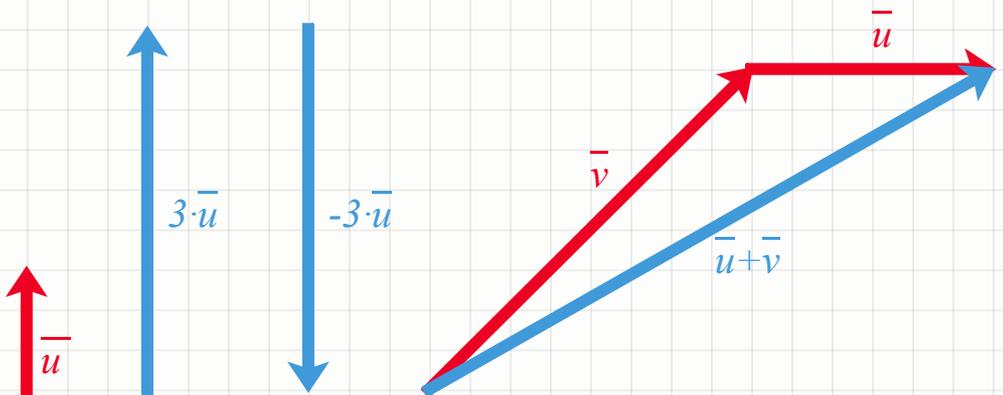
Decide si los vectores $\vec{u}=(2, 19)$ y $\vec{v}=(14, 9)$ son perpendiculares

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

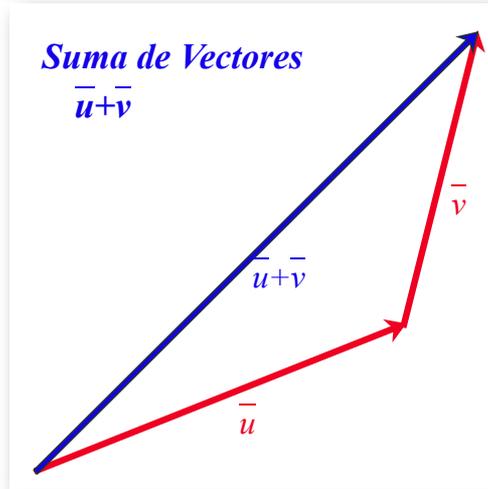
Capítulo II

Operaciones con vectores

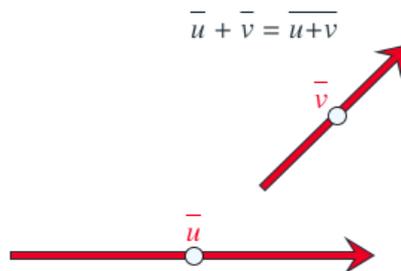


2.1 Suma de vectores

Para **sumar** dos vectores \vec{u} y \vec{v} gráficamente se dibujan de forma que el extremo de \vec{u} coincida con el origen de \vec{v} . El vector $\vec{u} + \vec{v}$ es el vector que resulta al unir el origen de \vec{u} con el extremo de \vec{v}



Haz coincidir el origen de un vector con el extremo de otro para obtener su suma



Dados los vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$. El **vector suma** es;

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$



Ejemplo

1. Calcula la suma de los vectores $\vec{u} = (7, 8)$ y $\vec{v} = (-2, 3)$.

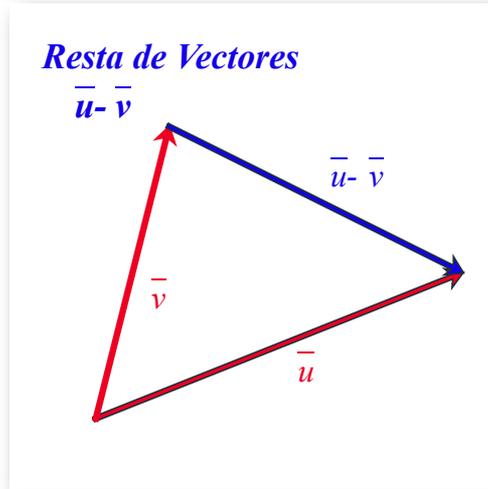
$$\vec{u} + \vec{v} = (7, 8) + (-2, 3) = (7 - 2, 8 + 3) = (5, 11)$$

2. Calcula la suma de los vectores $\vec{u} = (3, 5)$, $\vec{v} = (-6, 7)$ y $\vec{w} = (9, -1)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} &= (3, 5) + (-6, 7) + (9, -1) = \\ &= (3 - 6 + 9, 5 + 7 - 1) = (6, 11)\end{aligned}$$

2.2 Resta de vectores

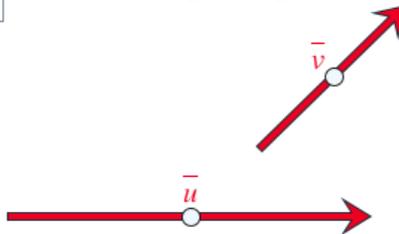
Para **restar** dos vectores \vec{u} y \vec{v} gráficamente se dibujan de forma que sus orígenes coincidan. El vector $\vec{u} - \vec{v}$ es el vector que resulta al unir el extremo de \vec{v} con el extremo de \vec{u}



Haz coincidir los orígenes y luego une el extremo del vector \vec{u} con el extremo del vector \vec{v} para obtener $\vec{u} - \vec{v}$

Elige resta

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} - \vec{v}$$



Dados los vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$. El **vector resta** es;

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$



Ejemplo

1. Calcula la resta de los vectores $\vec{u} = (7, 8)$ y $\vec{v} = (-2, 3)$.

$$\vec{u} - \vec{v} = (7, 8) - (-2, 3) = (7 + 2, 8 - 3) = (9, 5)$$

2. Dados los vectores $\vec{u} = (1, 8)$, $\vec{v} = (-2, 7)$ y $\vec{w} = (-2, -3)$.

Calcula: $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$

$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} &= (1, 8) - (-2, 7) - (-2, -3) = \\ &= (1 + 2 + 2, 8 - 7 + 3) = (5, 4)\end{aligned}$$

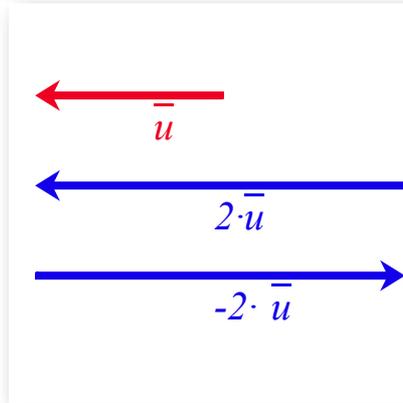
3. Dados los vectores $\vec{u} = (4, 5)$, $\vec{v} = (-2, 1)$ y $\vec{w} = (-5, -3)$.

Calcula: $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$

$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} &= (4, 5) + (-2, 1) - (-5, -3) = \\ &= (4 - 2 + 5, 5 + 1 + 3) = (7, 9)\end{aligned}$$

2.3 Multiplicación de un número por un vector

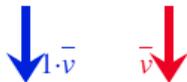
El resultado de la **multiplicación** de un número real k por un vector \vec{u} , es otro vector cuyo módulo es el producto de k por el módulo del vector y su **sentido** es el mismo si k positivo y contrario si k es negativo.



Cambia el valor de k para ver el producto $k \cdot \vec{v}$

k

$$k \cdot \vec{v} = \overline{k \cdot v}$$



Iniciar

Dado el vector $\vec{u}(u_1, u_2)$ y el número k . El **producto** $k \cdot \vec{u}$ es;

$$k \cdot \vec{u} = k \cdot (u_1, u_2) = (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$$



Ejemplo

1. Calcula el producto del vector $\vec{u} = (3, -9)$ por 7.

$$7 \cdot \vec{u} = 7 \cdot (3, -9) = (21, -63)$$

2. Dado los vectores $\vec{u} = (1, 4)$ y $\vec{v} = (3, -9)$.

Calcula: $7 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

$$\begin{aligned} 7 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v} &= 7 \cdot (1, 4) + 2 \cdot (3, -9) = \\ &= (7, 28) + (6, -18) = (13, -10) \end{aligned}$$

3. Dado el vector $\vec{u} = (10, -4)$, calcula el vector opuesto de \vec{u} .

El vector opuesto de \vec{u} es:

$$-\vec{u} = -(10, -4) = (-10, 4)$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.



Operaciones con Vectores - 4º Eso

Matemáticas

Dados los vectores $\vec{u} = (-18, 14)$ y $\vec{v} = (0, 5)$, calcula $\vec{u} + \vec{v}$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

Capítulo III

Ecuaciones de la recta

Punto pendiente

$$y - a_2 = m(x - a_1)$$

Explícita

$$y = mx + n$$

Paramétrica

$$\begin{cases} x = a_1 + t \cdot v_1 \\ y = a_2 + t \cdot v_2 \end{cases}$$

Vectorial

$$(x, y) = (a_1, a_2) + t \cdot (v_1, v_2)$$

Continua

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$

General

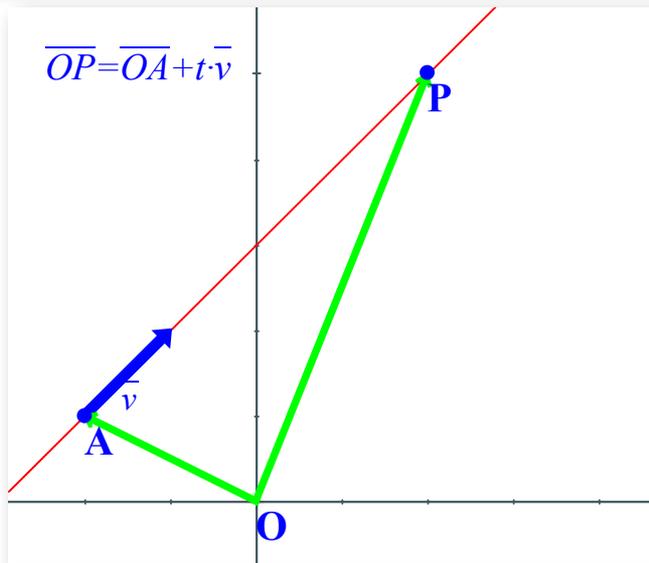
$$Ax + By + C = 0$$

3.1 Ecuación vectorial

Una recta queda determinada conocido un punto y un vector de dirección de la misma.

Si A es un punto de la recta, \vec{v} su vector de dirección y P un punto cualquiera. Se verifica:

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = \vec{AP} + t \cdot \vec{v}$$



La ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A = (a_1, a_2)$ y tiene de vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$ es:

$$(x, y) = (a_1, a_2) + t \cdot (v_1, v_2)$$



Ejemplo

1. Calcula la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A(3, 5)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (7, 8)$.

$$(x, y) = (3, 5) + t \cdot (7, 8)$$

2. Escribe algún punto de la recta cuya ecuación vectorial es:
 $(x, y) = (3, -8) + t \cdot (2, 6)$.

Un punto de la recta es $(3, -8)$, para obtener más puntos basta dar valores a t :

$$\text{si } t = 1 \quad (x, y) = (5, -2)$$

$$\text{si } t = 2 \quad (x, y) = (5, -2)$$

3. Comprueba si los puntos $A = (5, -4)$ y $B = (5, -7)$ pertenecen a la recta: $(x, y) = (-7, 2) + t \cdot (6, -3)$

$$(5, -4) = (-7, 2) + t \cdot (6, -3) = (-7 + 6t, 2 - 3t) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 5 = -7 + 6t & \rightarrow t = 2 \\ -4 = 2 - 3t & \rightarrow t = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{la solución es } t = 2, \Rightarrow A$$

pertenece a la recta.

$$(5, -7) = (-7, 2) + t \cdot (6, -3) = (-7 + 6t, 2 - 3t) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 5 = -7 + 6t & \rightarrow t = 2 \\ -7 = 2 - 3t & \rightarrow t = -3 \end{cases} \text{ como } 2 \neq -3 \text{ no hay solución}$$

$\Rightarrow B$ no pertenece a la recta.



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.



Ecuación Vectorial de la recta - 4º Eso

Matemáticas

*Ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A(7, -7)$
y es paralela a la recta $(x,y)=(-3, -10) + t(-4, -19)$*

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

3.2 Ecuación paramétrica

Si en la ecuación vectorial $(x, y) = (a_1, a_2) + t \cdot (v_1, v_2)$ igualamos las coordenadas obtenemos las **ecuaciones paramétricas** de la recta:

Las **ecuaciones paramétricas** de la recta que pasa por el punto $A(a_1, a_2)$ y tiene de vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son:

$$\begin{cases} x = a_1 + t \cdot v_1 \\ y = a_2 + t \cdot v_2 \end{cases}$$



Ejemplo

1. *Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos $A(5, 6)$ y $B(9, 8)$.*

Un vector de dirección de la recta es:

$\vec{AB} = (9, 8) - (5, 6) = (4, 2)$. Las ecuaciones paramétricas son:

$$\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 6 + 2t \end{cases}$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Ecuación Paramétrica de la recta - 4º Eso

Matemáticas

*Una recta pasa por los puntos $A=(-12, -14)$ y $B=(3, 9)$.
Escribe su ecuación paramétrica*

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

3.3 Ecuación continua

Si en las ecuaciones paramétricas de la recta $\begin{cases} x = a_1 + t \cdot v_1 \\ y = a_2 + t \cdot v_2 \end{cases}$

despejamos $t \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x - a_1}{v_1} \\ t = \frac{y - a_2}{v_2} \end{cases}$ e igualamos obtenemos la ecuación continua.

Ecuación continua de la recta que pasa por $A(a_1, a_2)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$



Ejemplo

1. Escribe la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos $A(3, 7)$ y $B = (2, 9)$

Un vector de dirección de la recta es: \vec{AB}

$$\vec{AB} = (2, 9) - (3, 7) = (-1, 2)$$

La ecuación continua es: $\frac{x - 3}{-1} = \frac{y - 7}{2}$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Ecuación Continua de la recta - 4º Eso

Matemáticas

Escribe la ecuación continua de la recta $(x,y)=(-7,2) + t(8,13)$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

3.4 Ecuación punto pendiente

Si en la ecuación continua de la recta despejamos $y - a_2$

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} \rightarrow y - a_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot (x - a_1)$$

$\frac{v_2}{v_1}$ es la **pendiente** y se representa con la letra **m**

La ecuación **punto pendiente** de la recta que pasa por el punto $A(a_1, a_2)$ y tiene de pendiente m es:

$$y - a_2 = m \cdot (x - a_1)$$



Ejemplo

1. Escribe la ecuación punto pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(5, 8)$ y $B(3, 1)$

Un vector de dirección de la recta es \vec{AB}

$$\vec{AB} = (3, 1) - (5, 8) = (-2, 7) \rightarrow m = -\frac{7}{2}$$

La ecuación punto pendiente de la recta es:

$$y - 8 = -\frac{7}{2} \cdot (x - 5)$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.



Ecuación Punto Pendiente de la recta - 4º Eso Matemáticas

*Una recta pasa por los puntos $A=(-5, 2)$ y $B=(9, -19)$.
Escribe su ecuación punto pendiente*

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

3.5 Ecuación explícita

Si en la ecuación punto pendiente de la recta despejamos y obtenemos la ecuación explícita de la recta.

$$y = m \cdot (x - a_1) + a_2 \rightarrow y = mx - ma_1 + a_2 = mx + n$$

donde $n = -ma_1 + a_2$

La **ecuación explícita** de la recta es de la forma:

$$y = mx + n$$

Donde m es la **pendiente** y n la **ordenada en el origen**.



Ejemplo

1. Escribe la ecuación explícita de la recta que pasa por el punto $A(3, 4)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (5, 10)$

La pendiente es $m = \frac{10}{5} = 2$

La ecuación que buscamos es $y = 2x + n$

Para encontrar el valor de n utilizamos la condición de que la recta pasa por el punto $(3, 4)$

$$4 = 2 \cdot 3 + n \rightarrow n = -2$$

La ecuación explícita buscada es $y = 2x - 2$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.



Ecuación Explícita de la recta - 4º Eso Matemáticas

Escribe la ecuación explícita de la recta $(x,y)=(-9,0) + t(-8,12)$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022 Solución

3.6 Ecuación general

Si en la ecuación continua quitamos denominadores y agrupamos todo en un mismo lado de la igualdad obtenemos la ecuación general.

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} \rightarrow v_2 \cdot (x - a_1) = v_1 \cdot (y - a_2) \rightarrow$$
$$v_2 \cdot x - v_1 \cdot y - a_1 \cdot v_2 + a_2 \cdot v_1 = 0 \rightarrow Ax + By + C = 0$$

La ecuación general o implícita de la recta es de la forma:

$$Ax + By + C = 0$$

Donde $(-B, A)$ es un vector de dirección de la recta.



Ejemplo

1. Escribe la ecuación general de la recta que pasa por el punto $A(3, 10)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (7, 2)$

Un vector de dirección de la recta $Ax + By + C = 0$ es $(-B, A)$ luego $(-B, A) = (7, 2) \rightarrow A = 2 \ B = -7$ por tanto la ecuación que buscamos es $2x - 7y + C = 0$.

La recta pasa por el punto $C = (3, 7)$

$$2 \cdot 3 - 7 \cdot 10 + C = 0 \rightarrow 6 - 70 + C = 0 \rightarrow C = 64$$

La ecuación general buscada es $2x - 7y + 64 = 0$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.



Ecuación General de la recta - 4º Eso

Matemáticas

*Ecuación general de la recta que pasa por el punto $A(-6, 0)$
y es perpendicular a la recta $(x,y)=(-2,-18) + t(1,1)$*

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

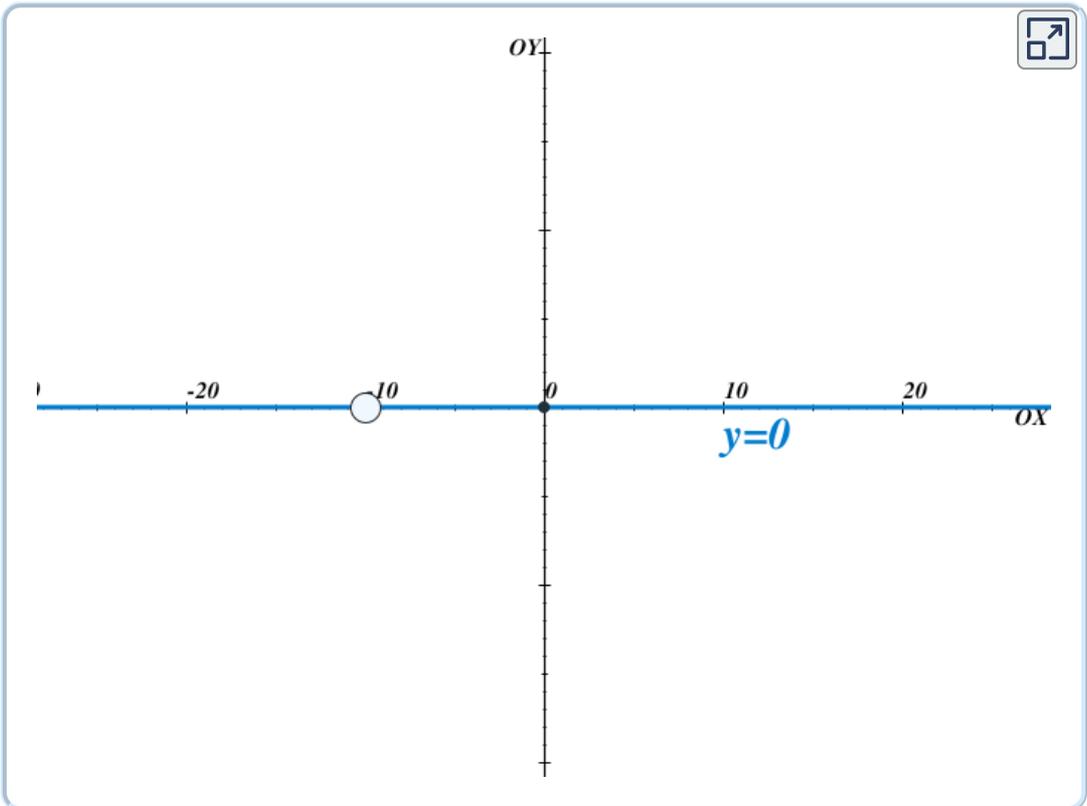
Solución

3.7 Ecuación de las rectas paralelas a los ejes

Las rectas paralelas al eje OX , tienen como vector dirección: $\vec{v} = (1, 0)$, si $(0, k)$ es el punto de corte con el eje OY la ecuación es:

$$y = k$$

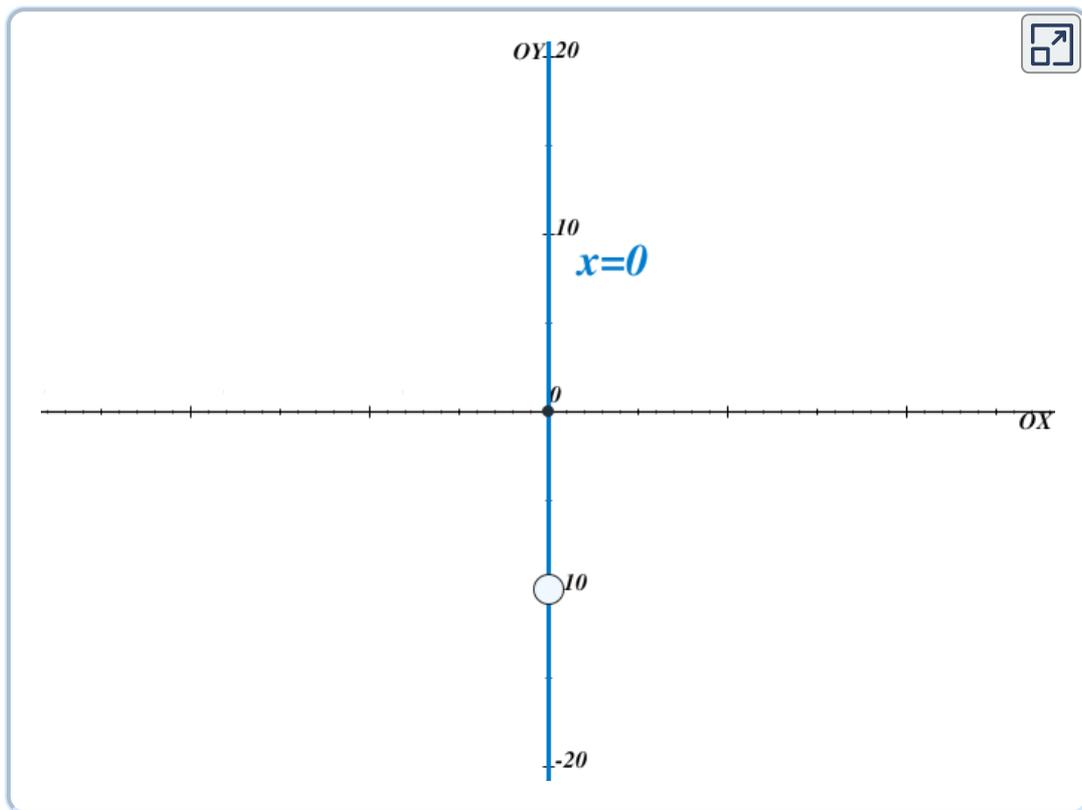
Apoya el ratón en el punto blanco para mover la recta , observa su ecuación



Las rectas paralelas al eje OY , tienen como vector dirección: $\vec{v} = (0, 1)$, si $(k, 0)$ es el punto de corte con el eje OX la ecuación es:

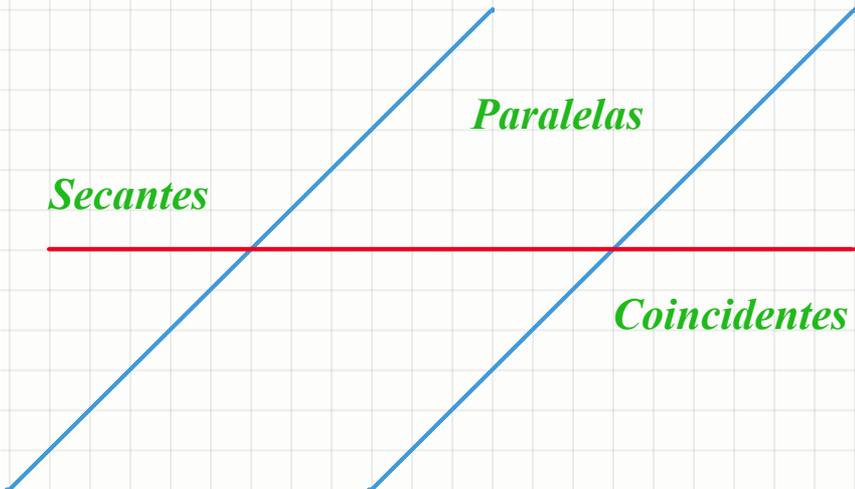
$$x = k$$

Apoya el ratón en el punto blanco para mover la recta, observa su ecuación



Capítulo IV

Posición relativa de dos rectas en el plano

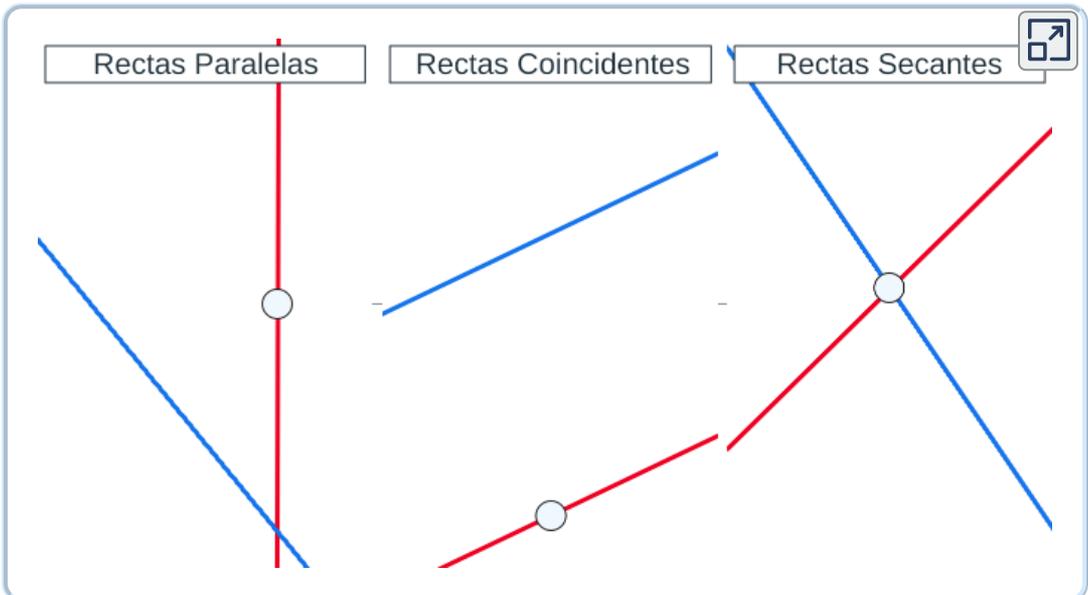


4.1 Clasificación

En el plano, dos rectas pueden ser:

- **Paralelas:** Tienen la misma dirección. No se cortan, no tienen puntos en común.
- **Coincidentes:** Tienen la misma dirección. Todos sus puntos son comunes. Las dos rectas son la misma.
- **Secantes:** Tienen distinta dirección. Se cortan en un sólo punto.

Apoya el ratón en el punto blanco para ver el punto de corte o para mover la recta roja hasta que sea paralela o coincidente con la recta azul.



4.2 Clasificación según el vector director

Sea la recta \vec{r} de vector director (u_1, u_2) y la recta \vec{s} de vector director (v_1, v_2)

Paralelas $\frac{u_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1}$ $Si P \in \vec{r} \Rightarrow P \notin \vec{s}$

Coincidentes $\frac{u_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1}$ $Si P \in \vec{r} \Rightarrow P \in \vec{s}$

Secantes $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{v_2}{v_1}$



Ejemplo

1. Estudia la posición relativa de las rectas:

$$\vec{r} \equiv \frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{3}, \quad \vec{s} \equiv \frac{x+6}{4} = \frac{y+7}{6}$$

$$\vec{v}_r = (2, 3), \quad \vec{v}_s = (4, 9) \rightarrow \frac{4}{2} = \frac{6}{3} \rightarrow \vec{v}_r \parallel \vec{v}_s$$

$$P = (2, 5) \in \vec{r} \rightarrow \frac{2+6}{4} = \frac{5+7}{6} \rightarrow P \in \vec{s}$$

Las rectas \vec{r} y \vec{s} son coincidentes.



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Posición Relativa de dos rectas - 4º Eso

Matemáticas



Estudia la posición relativas de estas dos rectas:

$$r \equiv (x,y)=(-14,7) + t \cdot (12,10) \quad s \equiv \frac{x+10}{96} = \frac{y+11}{80}$$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

4.3 Clasificación según la pendiente

Sea la recta \vec{r} de pendiente m_1 y la recta \vec{s} de pendiente m_2

Paralelas	$m_1 = m_2$	$Si P \in \vec{r} \Rightarrow P \notin \vec{s}$
Coincidentes	$m_1 = m_2$	$Si P \in \vec{r} \Rightarrow P \in \vec{s}$
Secantes	$m_1 \neq m_2$	



Ejemplo

1. Estudia la posición relativa de las rectas:

$$\vec{r} \equiv y = 3x + 4, \quad \vec{s} \equiv y = 3x + 8$$

$$m_r = 3, \quad m_s = 3 \rightarrow m_r = m_s$$

$P = (0, 4) \in \vec{r}$. Para ver si $P \in \vec{s}$ sustituimos las coordenadas de P en \vec{s} y comprobamos si verifica la ecuación.

$$3 \cdot 0 + 8 = 3 \neq 4 \rightarrow P \notin \vec{s}$$

Las rectas \vec{r} y \vec{s} son **paralelas**.

2. Estudia la posición relativa de las rectas:

$$\vec{r} \equiv y = 2x + 5, \quad \vec{s} \equiv \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 7}{6}$$

$$m_r = 2, \quad m_s = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow m_r \neq m_s$$

Las rectas \vec{r} y \vec{s} son **secantes**.



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Posición Relativa de dos rectas - 4º Eso

Matemáticas



Halla la pendiente y estudia la posición relativas de estas dos rectas:

$$r \equiv (x,y) = (1,-5) + t \cdot (8,4) \quad s \equiv y = -\frac{1}{8}x - \frac{23}{8}$$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

4.4 Clasificación según la ecuación general

Sean las rectas:

$$\vec{r} \equiv Ax + By + c = 0 \text{ y } \vec{s} \equiv A'x + B'y + C' = 0$$

Paralelas	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
Coincidentes	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$
Secantes	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$



Ejemplo

1. Estudia la posición relativa de las rectas:

$$\vec{r} \equiv 3x + 2y + 4 = 0, \vec{s} \equiv 6x + 4y + 8 = 0$$

$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} \rightarrow \text{Las rectas } \vec{r} \text{ y } \vec{s} \text{ son } \textbf{coincidentes}.$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón **Solución** para ver la solución y el botón **Ejercicio** para generar uno nuevo.

Posición Relativa de dos rectas - 4º Eso

Matemáticas



Estudia la posición relativas de estas dos rectas:

$$r \equiv 8x + 2y - 1 = 0 \quad s \equiv y = -\frac{9}{7}x - \frac{18}{7}$$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022

Solución

